

【目的】 多細胞生物の発生過程は、様々な細胞間相互作用によって制御されている。これらは拡散性の物質や、隣接する細胞と相互作用する膜タンパク質の働きによるシグナル伝達を含む。このような細胞間相互作用に依存する発生現象を、数理モデルを用いて理解する際、対象とする領域を四角形あるいは六角形の格子に分割し、その格子の一つひとつを細胞と仮定し、その格子上的状態は一様だと仮定して、空間の独立変数が離散量である数理モデルを構築する。このような空間離散モデルは細胞のサイズや形状の情報を取り入れて、実験結果に近い形で構築されるので実験との相性がよい。一方で、従来の離散モデルは「時空間的パターンの形成機構を数学的に調べるのが困難である」「細胞増殖を記述しにくい」「個別の現象を説明できても、他の生命現象への適用性が低い」などの問題点があった。この問題を克服するために、これまで細胞の大きさを極小にして極限をとることによる連続化手法が報告されてきたが、この手法では空間の離散的な構造がなくなり、実際の生命現象でみられる離散的な現象が再現されなくなることがある。この問題を解決するために、我々は細胞の大きさや格子の形状を保持したまま離散モデルを連続モデルに変換する新規の数理手法の開発とその有用性の証明を目指した。

【方法】 本研究ではまず、細胞の大きさや格子の形状を保持したまま離散モデルを連続モデルに変換する手法を考案した。次に、既存の離散モデルにこの連続化の手法を適用し、離散モデルで示される時空間パターンが連続モデルで再現されるか調べた。その具体例として、ショウジョウバエ視覚中枢の発生の数理モデルに着目し、離散モデルの連続化を行った。さらに、連続モデルを用いたシミュレーションを行った。

【結果】 本研究ではまず、平行移動作用素と合成積作用素を用いることで、細胞の大きさや格子の形状を保持したまま離散モデルを連続モデルに変換する手法を考案した。連続モデルでは、空間の独立変数が連続になる。この連続化手法により、非線形の連続モデルでは、空間の独立変数が連続になる。我々は、この連続化手法により、非線形の離散モデルは系統的に連続モデルに書き換えることができ、両者の方程式は初期値が同じであれば各点的に同値となることを示した。

連続モデルを用いた分化の波のシミュレーション結果

